游戏（game）

注意到一定是选择一段后缀。证明：如果最小选了的位置是 p，则答案至多也只有 2^p，因此 $p+1$ 及之后的选一定不劣。

因此枚举后缀长度即可。不选的前缀长度只有 $\log n$ 个，所以复杂度为 $O(n(k+\log n))$。

药剂（poison）

操作相当于对 S 中的括号排序，左括号往前放，右括号往后放。

我们枚举排序后最靠左的右括号的位置，两边分别进行 DP 后合并即可。

DP 状态：$f_{i,j}$ 表示前 i 个括号中，S 内的全部填左括号，目前总和为 j 的方案数。$g_{i,j}$ 从后往前 DP。

复杂度 $O(n^2)$。

移动（move）

设有 k 个 `1`，不妨 $2k<n$。先找出重心，这样一定是把所有 `1` 移动到一个子树内。称大小为 k 的子树为关键子树。

可以用线段树维护移动到这些子树的代价。设 x 子树内 `0` 的个数为 $num_{x,0}$，`1` 的个数为 $num_{x,1}$。

具体地，如果我们在 x 和 fa_x 之间的边上执行 $+y$:

- 如果 $siz_x>y$，则在 x 子树内的关键子树的代价加上 $y\times(k-num_{x,1})$，x 子树外的关键子树的代价加上 $y\times num_{x,1}$。
- 否则，如果 x 的某个祖先（或者 x 自己）是关键子树，则它的代价加上 $y\times num_{x,0}$，其他关键子树的代价加上 $y\times num_{x,1}$。
- 否则，所有关键子树的代价加上 $y\times num_{x,1}$。

时间复杂度为 $O(n\log n)$。

战争（war）

考虑给定一个 `01` 序列后，如何求要操作多少次。

发现当 $k>1$ 时，答案就是所有连续段长度除以 $(k+1)$ 下取整的和。

那么可以分 $k=1$ 和 $k>1$ 讨论。第一步都是点分治。

- $k=1$ 时，注意到合法路径只有两种，可以求出每个点到根的路径的两种方案的代价。用线段树维护区间 $\max$ 即可。
- $k>1$ 时，可以求出每个点到根的路径的开头连续段，以及除了开头连续段之外的所有连续段除以 $(k+1)$ 下取整的和。于是要查询的类似：和 $<x$ 的方案，加上和 $=x$ 且除以 $(k+1)$ 的余数 $\le y$ 的方案。看似要树套树维护，实则注意到两维值域乘积不超过 n，直接用线段树维护即可。

复杂度都是 $O(n\log^2 n)$。

优化 by lcj：如果点分治当前连通块直径长度 $\le mk$，可以直接用直径更新答案。否则，可以维护前缀最大值和次大值，优化掉线段树。复杂度 $O(n\log n)$。