20241126题解

A

首先注意到如果a[i]<b[i]，那无论如何这门魔法都是自学比较好，那么直接令a[i]=b[i]，这样就跟a[i]>b[i]的情况统一起来了。

然后像这种最小值最大类问题，直接考虑二分。

具体二分方法为：

对每一门课进行考虑，如果当前没达到目标，就在尽量少的上课时间内把这门魔法搞定，如果能搞定，剩下的这一门课的时段就可以拿来自学其他魔法；否则就需要用其他课程的时段来自学。可以针对目标的值直接计算出每门魔法所需要的最少课时数，将课时数加起来跟n\*m比较，如果不大于n\*m则说明该目标可以达到，可以往较大部分继续二分；否则往较小部分二分。

时间复杂度O(n logm)。

B

首先注意到这题的n很小，所以跑O(n^2)的裸Dij优于跑O(m logn)的堆优化Dij。

但是如果暴力枚举翻转边的话复杂度是O(n^2m)过不去。（大概5分？）

正解的话我们需要减少枚举量，因此我们只需要枚举那些在1->i,i->n,n->i,i->1的其中一个最短路上的边。

上结论：翻转边(u,v)的最终代价为

D(u,v)+min(dis(1,n),dis(1,v)+C(u,v)+dis(u,n))+min(dis(n,1),dis(n,v)+C(u,v)+dis(u,1))。

证明：式子第二项是枚举了1到n的最短路是否经过翻转后的(u,v)的最小代价，第三项同理，且这个值是一定可以取到的，所以这就是答案。

那么关键边的数量级是多少呢？

容易知道从一个点出发的最短路在图上构成一个最短路径树，因此边的数量级一定是O(n)的，所以总时间复杂度O(n^3+m)过去了。