20240910题解

A

直接拆位逐位判断是不是2即可。

B

由于不能对调长宽，直接判断对应的两条边即可。

C

基础数论。

对p进行质因数分解，设第i个质因子为c[i]，次幂为d[i]，则答案中c[i]的最高次数为d[i]/n向下取整，乘起来即可。

特别地，如果只有一个数，答案是p本身。

D

基础博弈论。

操作本质是改变其中若干堆苹果的奇偶性。也就是说，如果你可以在你的回合把所有堆苹果都变成偶数，那就一定是你赢，因为你可以执行跟对方完全一样的操作（对方执行完之后会存在奇数，而奇数至少为1）。

反之，如果一开始就全是偶数，则你输。

因此只需要判断是否全是偶数即可。

E

首先负数比正数小，因此我们枚举k，使得前k项是负的，后面项是正的。这样的话如果我们把前k项除掉-2，就会变成一个正整数序列，而且是先递减后递增的序列。

那么此时每次操作必然是操作两次（乘4）。因此，我们可以算出满足前k项递降的最小操作数，记为d[k]。

但是我们把a[k-1]乘上4^i，并不代表前面的a[j]也要乘上这么大的数（甚至不用乘），所以需要在递推的时候加上一维变成d[k][i]，表示将a[k]乘上4^i的情况下满足前k项递减的最小操作数。注意到a[j]<=10^9<4^15，因此对i>=15都有d[k][i]=d[k][i-1]+k，否则要看a[k-1]的值来确定d[k][i]从d[k-1][x]中的哪个转移过来。

（看完洛谷题解才发现是cosf写的）

F

DP。

首先注意到一个性质：对于那些在主对角线上边长不小于4的正方形，它们的左下角和右上角必然相同。

证明很简单：如果边长为4，考虑该正方形左上的3\*3和右下的3\*3，它们中间重叠一个2\*2，因此有关系”4\*4-左下-右上=左上3\*3+右下3\*3-中间2\*2”。而每个正方形内1的个数都是偶数，因此“左下+右上”的1的个数必然是偶数，也就是说左下和右上数字相同。

如果边长为x，考虑左上边长为x-1，右下边长为x-1，重叠部分边长为x-2，结论相同。

因此如果一个点与沿主对角线对称的点组成的正方形边长大于等于4，那么这两个点就锁死了。

因为如果(i,j)在某个正方形内，(j,i)也在同一个正方形内，所以实际上只有a[i][j]+a[j][i]的值会影响整个正方形内部和的奇偶性。所以我们不妨假设对所有的i>j，都有a[i][j]=0。之后再看怎么推广到一般的情况。

在这个假设下，我们只要确定了对角线的元素，就可以确定另一半三角的元素，记a[i][i]=x[i]，则：

考虑2\*2正方形，有a[i][i+1]=x[i]+x[i+1]（加法是模意义下的加法）

考虑3\*3正方形，利用上面的结果可知a[i][i+2]=x[i+1]（即这个元素和它左下角的元素相等）

考虑更大的正方形，利用最上面的结论知a[i][i+k]=0（k>=3）

反过来说，如果另一边三角有一部分元素是确定的，可以用它们来确定x[i]：

如果a[i][i]确定，那么自然确定x[i]；

如果a[i][i+1]确定，我们可以知道x[i]+x[i+1]的值；

如果a[i][i+2]确定，我们可以知道x[i+1]的值；

如果a[i][i+k]==1（k>=3），直接矛盾；否则可以无视之。

这样的话，x[i]的取值方案数量可以很简单地搞出来（咋搞不用说了吧）。

现在看一般情况，即a[i][j]都不一定的情况。

如果a[i][j]和a[j][i]都确定，等价于a[i][j]确定为原先两个数的和，a[j][i]确定为0；

如果a[i][j]和a[j][i]有且仅有一个确定，等价于a[i][j]不确定且a[j][i]确定为0（该转化不影响a[i][j]+a[j][i]的分布）；

如果a[i][j]和a[j][i]都不确定，等价于a[i][j]不确定且a[j][i]确定为0后，再将方案数乘以2。

最后这些乘2可以统一使用快速幂处理。