

NOIP 题目选讲

题目名称	输入文件	输出文件	时间限制	空间限制
线段树	seg <code>t</code> .in	seg <code>t</code> .out	3.0 秒	512 MiB
保卫王国	protect.in	protect.out	4.0 秒	512 MiB
爬山	climb.in	climb.out	2.0 秒	512 MiB
绘画	draw.in	draw.in	1.0 秒	512 MiB
数字表格	table.in	table.out	4.0 秒	512 MiB
拍卖会	auction.in	auction.out	2.0 秒	512 MiB
迷宫	maze.in	maze.out	4.0 秒	512 MiB

编译选项

```
-std=c++14 -O2 -static
```

搬题人：小 D

线段树 (segt)

【题目描述】

露娜喜欢线段树。

露娜正在做线段树模板题，题目给定了 n 个整数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，并顺序给出 m 个操作 $P_1, P_2, \dots, P_m$ ，形如：

- 修改操作：形如 $1\ l\ r\ x$ 表示把 $a_l \sim a_r$ 加上 x 。
- 查询操作：形如 $2\ l\ r$ ：表示求 $a_l \sim a_r$ 的区间和。

露娜觉得这太简单了，于是她想到了这样一个问题：假如我依次执行 $P_x, P_{x+1}, \dots, P_y$ 这些操作，那么这些操作中所有查询操作的得到答案的总和是多少？

但露娜觉得这依然太简单了，所以她一口气想出了 q 组这样的 x, y ，她想对每组这样的 x, y 求出答案。

注意：所有的操作都是在露娜的脑海里进行的，并不会对后面的询问产生影响（即询问之间互相独立）。

露娜并不会做这题，你可以帮她做出这道题吗？

【输入格式】

从 `segt.in` 中读入数据。

一行三个正整数 n, m, q ，含义如题。

第二行 n 个正整数，第 i 个表示 a_i ，含义如题。

接下来 m 行，每行形如 $1\ l\ r\ x$ 或 $2\ l\ r$ ，第 i 行表示第 i 个操作。

接下来 q 行，每行两个整数 x, y ，表示一次询问。

【输出格式】

输出到 `segt.out` 中。

输出 q 行，每行一个整数表示答案。

【样例 1 输入】

```
5 5 5
1 2 2 4 3
1 2 3 4
2 3 3
1 2 4 5
2 1 5
2 2 4
1 3
2 4
3 3
4 5
1 5
```

【样例 1 输出】

```
6
29
0
20
72
```

【数据范围】

所有测试数据满足： $n, m, q \leq 2 \times 10^5$, $-10^3 \leq a_i, x \leq 10^3$ 。

保卫王国 (protect)

【题目描述】

朝日和露娜在玩游戏，她们将要保护一个摇摇欲坠的 K 王国！

K 王国有 n 座城市，有 $n - 1$ 条双向道路连接，保证任意两个城市之间都能通过若干条双向道路到达。

游戏中有 m 个魔法，第 i 个魔法会保护第 u_i 座城市到第 v_i 座城市的简单路径上的所有道路。

朝日和露娜要分别选一个魔法来保护这些道路，一条道路只有被两个人都保护之后，才能不被摧毁。

朝日和露娜想最大化未被摧毁的道路的数量，但游戏规则不允许两个人选择同样的魔法。

由于她们还要忙着去做衣服，所以请你帮她们求出最多的能使多少条道路不被摧毁，并给出任意一种可能的选择魔法的方式。

【输入格式】

从 `protect.in` 中读入数据。

第一行两个整数 n, m 。

第二行 $n - 1$ 个整数 $f_2, f_3, \dots, f_n$ ，表示 i 与 f_i 节点相连。

接下来 m 行，每行两个整数 u_i, v_i ，表示一种魔法。

【输出格式】

输出到 `protect.out` 中。

第一行一个整数，表示最多有多少条道路未被摧毁。

第二行两个整数，表示朝日和露娜选择的魔法的编号。

【样例 1 输入】

```
7 3
1 2 2 4 5 5
1 3
3 7
6 1
```

【样例 1 输出】

```
2
2 3
```

【样例 2 输入】

```
4 2
1 2 3
1 2
3 4
```

【样例 2 输出】

```
0
1 2
```

【数据范围】

对于所有测试数据有： $2 \leq n, k \leq 2 \times 10^5, u_i \neq v_i$ 。

爬山 (climb)

【题目描述】

露娜和朝日喜欢爬山。

这一天她们来到了一片山脉，山脉由 n 个山峰组成，山脉可以看做平面直角坐标系，其中第 i 座山峰的坐标为 (i, h_i) 。

相邻的两座山峰之间有道路，道路就是连接 (i, h_i) 和 $(i + 1, h_i)$ 的一条线段。

由于现在天色已晚，她们必须带着至少一盏在照明的手电筒才能上山。

但现在她们手上并没有手电筒，但幸运的是，山脉中有 m 家手电筒商店，第 i 家商店在第 p_i 座山峰上，以 c_i 的价格出售一个手电筒，但这个手电筒可能有问题，它只能在海拔为 $[l_i, r_i]$ 的范围内才能照明，即当且仅当当前的纵坐标在 $[l_i, r_i]$ 之间时，这个手电筒才能照明。

假如露娜和朝日当前在山峰 u ，那么她们可以执行以下三种操作之一：

- 去某个 u 处的商店购买手电筒。
- 沿着山峰间的道路前往第 $u - 1$ 座山峰 ($u > 1$)。
- 沿着山峰间的道路前往第 $u + 1$ 座山峰 ($u < n$)。

注意，当她们在某两座山峰间移动时，她们必须保证过程中每个时刻都至少有一个手电筒在照亮（可以不是同一个手电筒）。

例如，假如她们要从 $(1, 5)$ 前往 $(2, 1)$ ，她们现有的手电筒的工作范围分别是 $[1, 3], [3, 5]$ ，那么她们可以抵达 $(2, 1)$ ，但如果她们现有的手电筒的工作范围是 $[1, 2], [3, 5]$ ，她们是不能到达 $(2, 1)$ 的，因为在 $(1.625, 2.5)$ 这个位置时，她们会被黑暗吞没。

显然，她们必须至少买一个灯笼，所以露娜想知道，对于每个 $i = 1, 2, \dots, m$ ，假如她们从 p_i 开始，并在一开始就买下这座商店的手电筒，那么她们游历 n 座山峰至少一次最小代价是多少？

- 假如对于某个 i ， $h_{p_i} \notin [l_i, r_i]$ ，那么她们显然立即会被黑暗吞没，请输出 -1 。
- 如果她们从 p_i 出发无论如何也无法遍历所有山峰，请输出 -1 。
- 否则输出买手电筒的最小花费（包括初始的第 i 个手电筒）。

【输入格式】

从 `climb.in` 中读入数据。

第一行两个整数 n, m 。

第二行 n 个整数表示 $h_1, h_2, \dots, h_n$ 。

接下来 m 行，每行四个整数， p_i, c_i, l_i, r_i 表示一个手电筒商店。

【输出格式】

输出到 `climb.out` 中。

输出 m 行，第 i 行表示从第 i 个商店出发遍历整个山脉的最小代价，无法遍历输出 -1 。

【样例 1 输入】

```
7 8
4 2 3 1 5 6 7
3 1 2 4
1 2 1 3
4 4 1 7
6 10 1 7
6 20 6 6
6 30 5 5
7 40 1 6
7 50 7 7
```

【样例 1 输出】

```
7
-1
4
10
30
-1
-1
-1
```

【数据范围】

对于所有测试数据： $1 \leq n, m \leq 2 \times 10^3$, $h_1, h_2, \dots, h_n$ 构成一个 $1, 2, \dots, n$ 的排列, $1 \leq c_i \leq 10^6$ 。

绘画 (draw)

【题目描述】

露娜和朝日喜欢绘画。

现在有一张长度为 n 的画布，有 n 个格子从左到右排成一排。

现在露娜要选择一些格子，然后让朝日在这些格子上涂色，其中第 i 个格子有 a_i 种颜色可以涂。

但露娜是个对美感有特殊追求的人，她认为有些格子不能同时涂色，不然就不美了，具体来说，满足如下两个条件的方案才是美的：

- 任意相邻的两个格子不能同时被涂色。
- 任意距离为 k 的两个格子不能同时被涂色（即任意 $i, i+k$ 不能同时被涂色）。

显然露娜不可能选出一种不美的方案给朝日涂色，她所选的格子一定满足上面的两个条件。

现在你想知道她们总共能画出多少幅不同的画，两幅画不同当且仅当某个格子在一种方案上被涂色了而在另一种方案中没有，或者在两种方案中被染成了不同的颜色。

求不同的涂色方案数，对 998244353 取模。

【输入格式】

从 `draw.in` 中读入数据。

第一行两个整数 n, k 。

第二行 n 个整数表示 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。

【输出格式】

输出到 `draw.out` 中。

一行一个整数，表示不同的涂色方案数对 998244353 取模后的结果。

【样例 1 输入】

```
5 4
1 2 3 4 5
```

【样例 1 输出】

```
56
```

【样例 2 输入】

```
5 3
1 1 1 1 1
```

【样例 2 输出】

```
11
```

【数据范围】

对于所有测试数据： $1 \leq k < n \leq 300$, $1 \leq a_i < 998244353$ 。

数字表格 (table)

【题目描述】

露娜有一个 m 行的表格，第 i 行有 a_i 个空位，她要用这个表格和朝日做游戏。

朝日有 n 个数字串 $S_1, \sim S_n$ ，第 j 次操作朝日会把 S_j 等概率地插到当前没被占用的空位里。

若某个行 i 被填满，则游戏立刻结束，游戏的价值为这 a_i 个格子上填的数字串从左往右顺次拼接形成的十进制数。

为了防止 n 个数字串全部插入后游戏还没结束，露娜保证了 $(\sum_{i=1}^m a_i) - m + 1 \leq n$ 。

露娜想知道这个游戏求最终价值的期望，答案对 998244353 取模。

【输入格式】

从 `table.in` 中读入数据。

第一行两个整数 n, m 。

第二行 m 个整数 $a_1, a_2, \dots, a_m$ 。

接下来 n 行每行一个由 $0 \sim 9$ 组成的字符串表示 S_i (可能有前导 0)。

【输出格式】

输出到 `table.out` 中。

一行一个整数，表示答案的期望对 998244353 取模后的结果。

【样例 1 输入】

```
2 2
1 2
1
23
```

【样例 1 输出】

```
67
```

【样例 2 输入】

```
3 3
1 2 2
10
21
32
```

【样例 2 输出】

33275775

【数据范围】

对于所有测试数据： $n, m, |S_i| \leq 600, a_i \geq 1, \sum_{i=1}^m a_i < n + m$ 。

拍卖会 (auction)

【题目描述】

露娜正在赛博空间中建立自己的商业帝国。

这天，K 王国决定把国家的电力系统的使用权向各个公司拍卖。

K 王国的电力系统可以看做连接 n 个发电站的 $n - 1$ 条电路，任意两个城市都能通过若干条电路连通，最终 K 王国将要每个发电站的使用权分给一些公司。

拍卖会上有 $m + 1$ 个公司，分别是公司 $1, 2, 3, \dots, m$ 以及露娜的公司。

对于第 i 个公司 ($1 \leq i \leq m$)，该公司有两个工厂分别在发电站 x_i, y_i 旁边，假如最终方案中 K 王国把 x_i 到 y_i 路径上每个发电站都分配给该公司，他们就愿意为该方案出价 z_i 。

K 王国的经济部长很聪明，他会在所有方案中找到获利最大的方案，如果有多个，他会随机取一个。

由于露娜是商业天才，因此她在每个发电厂附近都有工厂，但她不需要获得所有发电厂，那样的代价太大了。

具体来说，她会选定两个工厂 $1 \leq s, t \leq n$ ，假如最终方案中 K 王国把 s 到 t 路径上每个发电站都分配给露娜，她就愿意为该方案出价 r ，定义 $w(s, t)$ 表示能够保证露娜一定能获得 s 到 t 上的每个发电站，她对此的出价 r 最小是多少。

露娜想知道对于 n^2 种挑选 s, t 的方案，所有 $w(s, t)$ 的和是多少，输出答案对 998244353 取模后的结果。

【输入格式】

从 `auction.in` 中读入数据。

第一行三个整数 n, m, q 。

接下来 $n - 1$ 行，每行两个整数 u_i, v_i ，表示一条连接发电站 u_i 和 v_i 的电路。

接下来 m 行，每行三个整数 x_i, y_i, z_i 表示一个公司的拍卖方案。

【输出格式】

输出到 `auction.out` 中。

输出一行一个整数，表示答案对 998244353 取模后的结果。

【样例 1 输入】

```
4 4
1 2
1 3
1 4
1 2 1
3 3 2
1 4 3
2 4 6
```

【样例 1 输出】

```
116
```

【数据范围】

对于所有测试数据： $n, m \leq 3 \times 10^5, z_i \leq 10^9$ 。

迷宫 (maze)

【题目描述】

露娜建造了一个迷宫，她要 and 朝日在这个迷宫里玩游戏。

露娜的迷宫有 n 个房间，由 m 条单向道路连接，保证每条道路都是从编号较小的房间连向编号较大的房间。

迷宫的每个房间 u 里都有一个数字 a_u ，初始都是 0。

朝日会对这个迷宫进行 q 次操作，每次操作都是如下三种之一：

- 1 $u\ x$ ，对于所有房间 u 能通过迷宫道路到达的房间 v ，令 $a_v \leftarrow x$ 。
- 2 $u\ x$ ，对于所有房间 u 能通过迷宫道路到达的房间 v ，令 $a_v \leftarrow \min(a_v, x)$ 。
- 3 u ，查询 a_u 的值。

请你帮露娜回答所有朝日给出的询问。

【输入格式】

从 `maze.in` 中读入数据。

第一行三个整数 n, m, q 。

接下来 m 行每行两个整数 s_i, t_i 表示迷宫里一条 $s_i \rightarrow t_i$ 的道路。

接下来 q 行每行两个或三个整数表示一次操作，输入格式见题目描述。

【输出格式】

输出到 `maze.out` 中。

对于每个询问操作输出一行一个整数表示答案。

【样例 1 输入】

```
6 5 18
1 2
1 3
3 4
2 4
5 6
1 1 3
3 1
3 2
3 3
3 4
1 2 2
3 1
3 2
```

```
3 3
3 4
2 6 7
3 5
3 6
2 1 3
3 1
3 2
3 3
3 4
```

【样例 1 输出】

```
3
3
3
3
3
2
3
2
0
0
3
2
3
2
```

【数据范围】

对于所有测试数据： $n, m, q \leq 10^5, s_i < t_i, 0 \leq x \leq 10^9$ 。