

1001

$n = k$ 的时候答案是 m^n , 否则是 m^{n-k} 。

1002

因为是排列, 所以一个平方数 x 只会有 $x/2$ 个有贡献的点对。

$2n$ 以内一共根号个平方数, 所以有贡献的点对一共是 $O(n^{1.5})$ 个。

相当于一个二维数点的问题, 单点修改区间查询。

用树状数组的话复杂度是 $O(n^{1.5} \log n + q \log n)$ 。理论上是不能过的, 但是跑很快哈, 卡不掉。

也可以分块, $O(1)$ 修改, $O(n^{0.5})$ 询问, 复杂度是 $O(n^{1.5} + qn^{0.5})$ 。

1003

如果每个向量的三维加起来都相等的话, 三维总和是定值, 第三维就可以被前两维表示了。

于是转化为二维平面上的问题。判断一个点是否在一个三角形内。

题目没有限制向量三个维度的和, 但是可以通过除法或者最小公倍数等方法令他们相等。

1004

这题方法非常多, 讲一种写起来最简单的

假如我们设'a', 'b', 'c'三种颜色的权值分别为 x, y, z 且

$x + y + z = 0 (0 \leq x, y, z \leq 10^5)$ 有解当前仅当 $x = y = z$, 则原问题等价于求路径和为0

于是我们可以设 $x = 998244353, y = 10^9 + 7, z = -x - y$

暴力验证它是满足上述条件的, 于是问题变成路径和为0

变成点分治/dsu 经典题

时间复杂度: $O(n \log^2 n)$

1005

首先我们可以求出以 (i, j) 为右下角的最大正方形的边长, 这个用递推就可以解决。

随后我们需要对每个 $l \leq \max_{len}$ 的正方形都加上 l , 这个可以用二次差分-前缀和的方法来解决。

二次差分的时候可以对水平、垂直、斜线做差分, 有多种实现方法。

1006

考虑修改一个点 pos , 那么只会影响跨越他的区间 $[l, r]$ ($l \leq pos$ and $pos \leq r$)

于是我们可以对于每个 k ($-300 \leq k \leq 300$), 维护有多少区间满足原本区间和 $+k$ 是完全平方数

这个可以通过从左向右扫描 pos , 每次只会变化 $O(n)$ 个区间来维护

时间复杂度: $O(n^2 \sqrt{a_i})$

1007

赛时过的大部分代码是卡常/套数据

这个题std是常数很大且很麻烦的 $n \log^2 n$ 做法 (事实它跑不过暴力)

贴一下赛时跑的最快的暴力代码(4.8s):

```

__attribute__((always_inline)) __m256i redc(__m256i a){
    __m256i b=_mm256_mul_epu32(a, _mm256_set1_epi32(998244351));
    __m256i c=_mm256_add_epi64(a, _mm256_mul_epu32(b, _mm256_set1_epi32(mod)));
    return _mm256_srli_epi64(c,32);
}
int n,m;
u64 p[3][2*N],f[N];
//p[w][j] j*3-w
void work(int i){
    int j=min(i,n),dt=i/3;
    u64* P=p[i%3]+N;
    u64 I[]={to(1),to(1),to(1),to(1)};
    for(;j>3;j-=4){
        Store(f+j-3,redc(
            _mm256_add_epi64(
                _mm256_mul_epu32(
                    Load(f+j-3),
                    Load(I)
                ),
                _mm256_mul_epu32(
                    Load(f+j-4),
                    Load(P+j-dt-3)
                )
            )
        ));
    }
    for(;j-->0)f[j]=redc(to(f[j])+f[j-1]*P[j-dt]);
}
int main(){
    scanf("%d%d",&n,&m),*f=to(1);
    FOR(w,0,2)FOR(i,-n,n)p[w][N+i]=to((mod+i*3-w)%mod);
    FOR(i,1,n+m){
        work(i);
        // FOR(j,0,n)cerr<<redc(f[j])<<' ';
        // cerr<<endl;
    }
    printf("%u",redc(f[n]));
    return 0;
}

```

std的做法:

考虑知道输了几场, 那么最终的分数 K 已知

假如最后强制赢一场, 此时最后的 $sum[n+1] = K + 2$ 确定

将赢的时候的分数写入 sum 数组, 显然 $sum[i+1] \leq sum[i] + 2$

题目等价于要满足

$$sum[0] = 0, sum[n+1] = K, sum[i+1] \leq sum[i] + 2$$

考虑容斥最后一段, 满足 $sum[i+1] > sum[i] + 2$, 会发现是一段递增的序列

令 f_i 表示容斥的多项式(不考虑首尾限制), g_i 表示答案多项式(不考虑首尾限制), p_i 表示答案多项式(考虑首尾限制)

考虑怎么求 f_i , 比较显然的做法是可以对 $sum[i]$ 的数值进行 dp

定义 $dp[i][j]$ 表示当前考虑到 i , 距离上一个选的数距离为 j

现在需要的是优化转移, 我们可以定义一个矩阵

$$M_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ i * x & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

会发现我们现在只需要跑矩阵乘法，可以利用分治 ntt 求矩阵的乘积

当然这一部分你也可以选择直接分治 ntt ，并记录左右端点分别距离最近拿的数多远

$$g(x)_n = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^{n-i-1} f_{n-i} * g_i$$

$$\text{令 } h(x) = \sum_{i=0}^n (-1)^i f_i x^i$$

$$\text{可以得到 } g(x) = \frac{1}{1-h(x)}$$

注意到最终答案要求 $sum[n+1] = K+2, sum[0] = 0$

所以我们对这两个再求出对应的 $O_1(x), O_2(x)$

$$p_1(x)_n = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^{n-i-1} f_{n-i} * O_1 i$$

$$p_2(x)_n = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^{n-i-1} p_{n-i} * O_2 i$$

$p_2(x)$ 就是最终答案多项式

赛时还有部分 $O(n)$ 的做法，由于出题人太菜了并不知道是怎么做的

1008

一道和博弈其实没什么关系的 dp 题

定义 $dp[i][j]$ 代表假设当前剩下的序列为 $[i, j]$ ，先手最优操作下能否赢/最后剩下的值是多少

转移枚举下一次操作的位置 $k(i \leq k \leq j)$ 类似于区间 dp

为了去掉转移的复杂度，我们发现可以对于两个端点分别开一个单调队列

时间复杂度: $O(n^2)$

1009

我们对原图建出 $kruskal$ 最小生成树的重构树来，对应原题的题意，每个点能够加入的集合对应从叶子到根的一条链。

因此我们可以针对这样的结构建立网络流模型，我们先强制令所有点染白，然后我们连接 $(i, i + n, 1, a_i - b_i)$ 来建立调整为黑点的选择。

对于每条边在重构树上对应的节点，在重构树上都有两个孩子节点对应着这条边合并的两个集合，我们连接从子节点到自身的 $(u, v, inf, 0)$ 边(这个过程和建立重构树的过程是一样的)，再建立一个新点连接有上下界的边来限制流量(对应题目要求)。但是对于点权小于当前边权的情况，我们需要支持删除操作，例如我们当前在 u 这条边，要删除第 i 个点，我们可以连接 $(u, i, 1, 0)$ 使其流量回流，最后跑一个有上下界的最小费用可行流即可。

1010

观察到对于当前手中的数字 x ，走一步就会变成 $k_i x + b_i$ ，走两步就会变成 $k_i k_j x + k_j b_i + b_j$ ，两次操作 $(k_i, b_i), (k_j, b_j)$ 可以合成为 $(k_i k_j, k_j b_i + b_j)$ 满足结合律的性质。

利用这个性质，我们可以用倍增数组递推地求出从某个点开始，走 x 步的操作，对于询问，二进制拆分求解即可。

我们只需要记录倍增数组，倍增后的 k ，倍增后的 b ，以减少空间。

1011

我们首先考虑对于一个字符串 T ，有哪些区间是包含它的。

我们找到在 S 串里 T 串出现的位置集合 $[l_1, r_1], [l_2, r_2], [l_3, r_3]$

这样我们就可以计算总贡献为 $(r_2 - r_1) * l_1 + (r_3 - r_2) * l_2 + \dots$

于是我们可以把式子拆开来算，将表达式的每一个部分 $l_i r_{i+1}, l_i r_i$ 分别用线段树维护，再对其做一个链上的前缀和。

最后我们用 T 串在 S 串上跑，会产生 $|T|$ 个节点，然后用之前维护的链上前缀和计算即可。

时间复杂度为 $O(n \log n + \sum_{i=1}^q |T_i|)$